Errores y Cifras Significativas

Números exactos e inexactos

Al escribir o manipular números debemos distinguir los **números exactos** de los **inexactos**.

Como ejemplo de **números exactos**, tenemos:

Nº enteros o fracciones	**Ctes. matemáticas**	**Relaciones**
1, 2, ... ½, ¾	π, e, ...	$\frac{1\ \text{kg}}{1000\ \text{g}}, \frac{4.184\ \text{J}}{1\ \text{cal}}, \ldots$

Y los **números inexactos** son todos aquellos que expresan el resultado de **mediciones experimentales**. Un ejemplo muy sencillo que ilustra la naturaleza aproximada de los datos numérico-experimentales es una longitud medida con una *regla graduada en milímetros*. Supón que mides la longitud de un bolígrafo. El resultado podrías expresarlo de distintos modos como:

$$14.2\ \text{cm} \equiv 0.142\ \text{m} \equiv 142\ \text{mm} \equiv 0.142 \cdot 10^3\ \text{mm}$$

Estos resultados tienen tres **cifras significativas** que son los **dígitos considerados correctos en una medida**. Quiere esto decir que, independientemente de las unidades que emplees, la regla de mano no resuelve las diezmilésimas o cienmilésimas de metro con lo que un resultado como 142.50 mm *no tiene sentido*. Pero además, el instrumento (la regla) no es perfecto por lo que toda medición conlleva un error. De hecho, cualquier aparato científico además de una escala o graduación proporciona una estimación del **error instrumental**. Lo normal es que el error cometido por un instrumento sea menor que la división más pequeña en su escala o graduación (en el caso de la regla de mano, sería un error inferior a 1 mm).

Convenio de Cifras Significativas

Como se mencionó más atrás, las **cifras significativas son las cifras consideradas *correctas* en una medida**. Pero, ¿cómo de *correctas*? La respuesta nos la da el **convenio de cifras significativas** al asumir que la **incertidumbre de un dato experimental expresado con cifras significativas es siempre inferior a una unidad de la última cifra.** Un ejemplo numérico sirve para aclarar la aplicación e interpretación de este convenio. En el caso de la longitud medida con la regla, si está de acuerdo con el convenio de cifras significativas, el error asociado sería de **±1 mm**. Podríamos entonces escribir el resultado como:

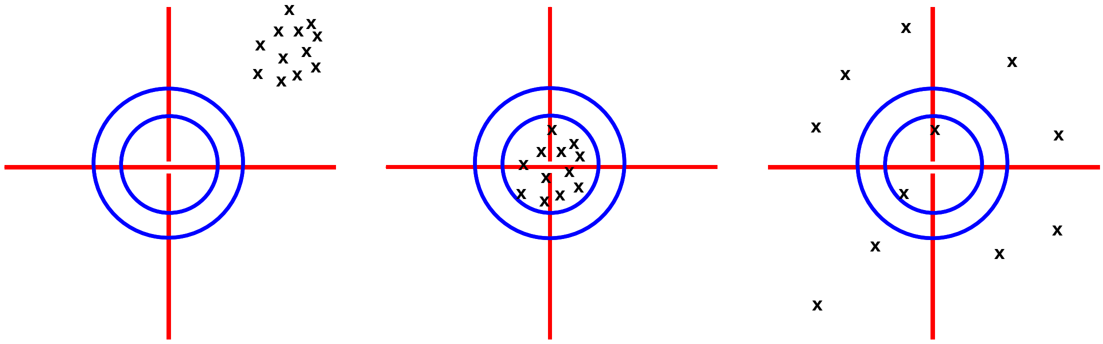
$$14.2 \pm 0.1\ \text{cm}$$

No obstante, lo más cómodo es omitir el término $\pm\ 0.1$ y suponer entonces que está implícito en cualquier magnitud expresada con cifras significativas.

Precisión y Exactitud no son Sinónimos

De acuerdo con lo ya comentado, un buen instrumento científico será aquel cuyas medidas se expresan con **muchas cifras significativas**, es decir, que tenga una resolución muy alta. Pero éste no es el único criterio para juzgar sobre la calidad de un aparato. Debemos exigir además que las medidas efectuadas por el instrumento sean **precisas** y **exactas**. Y es que precisión y exactitud no son sinónimos en un contexto científico-técnico. Así, un aparato es **preciso** si dada una serie de mediciones sobre una misma muestra e idénticas condiciones ofrece **resultados próximos entre sí**. Debemos exigir además que el instrumento sea **exacto**, es decir, que las medidas estén lo más cerca posible del **valor verdadero**.

El siguiente esquema que representa el resultado de una serie de lanzamientos contra una diana, da un significado gráfico a los términos preciso y exacto.



Buena Precisión
Mala Exactitud

Buena Precisión
Buena Exactitud

Mala Precisión
Mala Exactitud

- Discute en este punto con tus profesores qué es lo que se debe hacer para diseñar aparatos precisos y exactos:

Cálculos con Cifras Significativas

Si comprendemos el significado de las cifras significativas podemos **identificarlas** e interpretarlas. En la práctica, tendrás que **operar** con las cifras significativas y averiguar el número de dígitos significativos en los resultados de las operaciones. Para identificarlas y operar con cifras significativas, emplearás una serie de reglas muy simples que introducimos con la ayuda de un ejemplo:

Supongamos que deseamos calcular el número de moléculas de agua presentes en un 1 mL de agua líquida en su punto de ebullición atmosférico de 100 ^{o}C.

Los **datos de partida** serían:

Densidad a 100 ^{o}C	**Pesos atómicos**	**Constante de Avogadro**
0.958 g/mL	16.00 (O), 1.007 (H) g/mol	$6.0221367 \cdot 10^{-23}$ mol^{-1}

Planteamos ahora el cálculo como una serie de **factores de conversión**. Se trata de un cálculo muy sencillo:

$$\frac{0.958\ \mathrm{g\ H_2O}}{1\ \mathrm{mL}} \cdot \left(\frac{1\ \mathrm{mol\ H_2O}}{16.00\ \mathrm{g} + 2 \cdot 1.007\ \mathrm{g}} \right) \cdot \frac{6.0221367 \cdot 10^{23}}{1\ \mathrm{mol}}$$

¿Cómo identificar a los dígitos significativos?

En la anterior serie de factores de conversión debemos **distinguir los números exactos** que no están no sujetos a determinación experimental de los números inexactos que sí lo están. Fíjate en el ejemplo:

$$\frac{\boxed{0.958}\ \mathrm{g\ H_2O}}{1\ \mathrm{mL}} \cdot \left(\frac{1\ \mathrm{mol\ H_2O}}{\boxed{16.00}\ \mathrm{g} + 2 \cdot \boxed{1.007}\ \mathrm{g}} \right) \cdot \frac{\boxed{6.0221367} \cdot 10^{23}}{1\ \mathrm{mol}} \qquad \boxed{\text{inexacto}} \qquad \text{exacto}$$

Para los números inexactos o experimentales, determinamos con **cuantas cifras significativas** están expresados aplicando las siguientes reglas:

	Ejemplo
1) ***Los ceros a la izquierda no cuentan como cifras significativas***	ρ= 0.958 g/mL ⇨ ***3*** cifras significativas
2) ***Los ceros a la derecha sí cuentan como cifras significativas***	P.at.=16.00 g/mol ⇨ ***4*** cifras significativas

La experiencia nos indica que no es fácil aceptar la siguiente desigualdad:

$$\mathbf{16 \neq 16.00}$$

Pero debes darte cuenta de que es perfectamente correcta *si estamos considerando las cifras significativas* de cada número.

- ¿Cuántas cifras significativas tiene N_A=6.0221367·10^{23} mol^{-1}?

Observa que la **notación científica** en potencias de diez es imprescindible para aplicar bien el convenio de cifras significativas. Y es que si escribiésemos una cifra como 602213670000000000000000000, además de incómodo, sería incorrecto ya que todos los ceros a la derecha son cifras no significativas que sencillamente desconocemos.

¿Cómo operar con cifras significativas?

Una vez que hemos reconocido las cifras significativas en los factores de cálculo es el momento de realizar las operaciones indicadas. Lógicamente, la exactitud del *output* está limitada por el dato menos exacto que figura en el *input*. ¿Cómo se transmiten las cifras significativas a través de operaciones de adición/sustracción o de multiplicación/división? Veámoslo en las siguientes reglas:

adición/sustracción

```
16.00
 1.007
 1.007
------
18.014  ➡  18.01
```

3) El resultado de una adición/ sustracción no puede tener más dígitos significativos a la derecha del punto decimal que el término que menos tenga.

Observa que no tiene sentido expresar el dígito correspondiente a la milésima en el resultado de sumar los pesos atómicos.

multiplicación/división

$$\left[\underset{3}{(0.958)}\cdot\frac{1}{\underset{4}{(18.01)}}\cdot\underset{8}{\left(6.0221367\cdot10^{22}\right)}\right]=\underset{3}{(......)}$$

4) El resultado de una multiplicación/ división tiene tantas cifras significativas como el factor que menos tenga.

La regla concerniente a la multiplicación/división es fácil de recordar y aplicar. Se puede justificar igualmente con un desarrollo aritmético.

¿Cómo redondear correctamente los resultados numéricos?

La aplicación práctica de las anteriores reglas nos fuerza a **redondear** el resultado de las operaciones de cálculo para que la precisión del resultado final se ajuste al criterio de las cifras significativas. En el ejemplo que estamos desarrollando, sabemos que el resultado final tiene sólo tres cifras significativas. Si realizamos las operaciones con la ayuda de una calculadora, obtendríamos algo como:

```
0.958*(1/18.01)*6.0221367E+22= 3.203335346E+22
```

¡ATENCIÓN: Las cifras de la calculadora no son cifras significativas!

La anterior advertencia suele ser ignorada por los estudiantes en la resolución de ejercicios y exámenes, pues no es infrecuente encontrarse con resultados numéricos volcados directamente de la pantalla al papel. Debe redondearse el resultado. En este caso será necesario **redondear** el resultado a **tres cifras significativas**, hacer uso de la **notación científica** y, por supuesto, incluir las correspondientes **unidades**:

$$\mathbf{3.203335346E+22} \Rightarrow 3.20 \cdot 10^{23} \frac{\text{moléculas}\,H_2O}{\text{mL}}$$

Y el problema está resuelto. Con un poco de práctica, la aplicación de las reglas y convenio de cifras significativas será automática.

Una última cuestión. ¿Qué **regla de redondeo** debe emplearse? Los siguientes ejemplos ilustran cómo debe redondearse un resultado. Si el **dígito no significativo** que sigue al último **dígito significativo** es **mayor/menor que 5**, se redondea el último dígito significativo hacia **arriba/abajo**, respectivamente. Parece un galimatías, pero es fácil, ¿verdad?

$$2.57\mathbf{1}.... \longrightarrow 2.5\mathbf{7}$$
$$2.57\mathbf{7}.... \longrightarrow 2.5\mathbf{8}$$

Si el **dígito no significativo** que sigue al último **dígito significativo** es **igual a 5**, entonces el último dígito significativo se redondea siempre hacia un **número par**. Así, se consigue que en promedio la mitad de estos redondeos sean hacia arriba y la otra mitad hacia abajo.

$$\left.\begin{array}{l} 2.57\mathbf{5}.... \longrightarrow 2.5\mathbf{8} \\ 2.56\mathbf{5}.... \longrightarrow 2.5\mathbf{6} \end{array}\right\} \text{Siempre a número par}$$